

**The Islamic University of Gaza
Faculty of Engineering
Civil Engineering Department**

**Environmental Chemistry
(ECIV 1204)**

**Instructor: Prof. Abdelmajid Nassar
W 02 – Lect. 02**

Measurement Uncertainty, Accuracy, and Precision

Measurement Uncertainty, Accuracy, and Precision

Contents

- Define accuracy and precision
- Distinguish exact and uncertain numbers
- Correctly represent uncertainty in quantities using significant figures
- Apply proper rounding rules to computed quantities

• تعريف الدقة والضبط

• التمييز بين الأرقام الدقيقة وغير الدقيقة

• تمثيل عدم اليقين في الكميات بشكل صحيح باستخدام الأرقام المعنوية

• تطبيق قواعد التقريب الصحيحة على الكميات المحسوبة

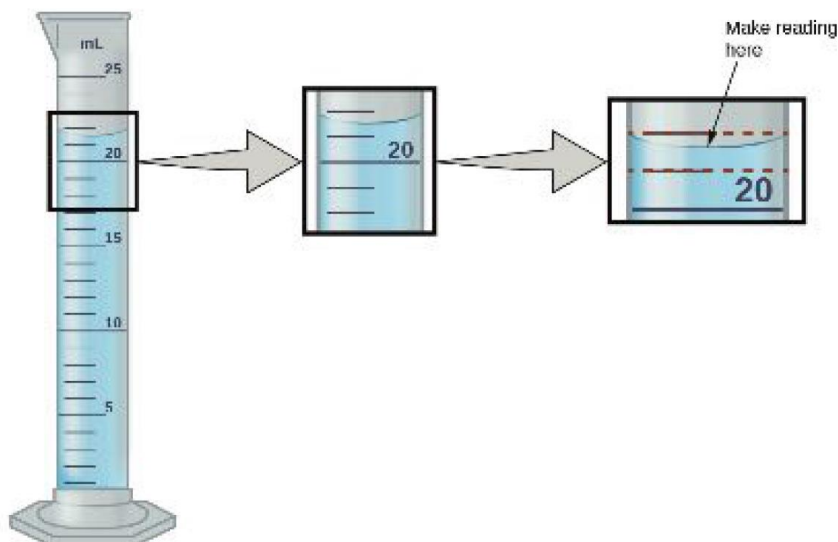
Counting is the only type of measurement that is free from uncertainty, provided the number of objects being counted does not change while the counting process is underway. The result of such a counting measurement is an example of an exact number. By counting the eggs in a carton, one can determine exactly how many eggs the carton contains.

The numbers of defined quantities are also exact. By definition, 1 foot is exactly 12 inches, 1 inch is exactly 2.54 centimeters, and 1 gram is exactly 0.001 kilogram. Quantities derived from measurements other than counting, however, are uncertain to varying extents due to practical limitations of the measurement process used.

العد هو نوع القياس الوحيد الذي يخلو من الشك، شريطة ألا يتغير عدد الأشياء التي يتم عدّها أثناء عملية العد. نتيجة هذا القياس العدّي مثال على عدد دقيق. من خلال عدّ البيض في علبة، يمكن تحديد عدد البيض الذي تحتويه العلبة بدقة. أعداد الكميات المحددة بدقة أيضًا. بحكم التعريف، القدم الواحد يساوي ١٢ بوصة بالضبط، والبوصة الواحدة تساوي ٢,٥٤ سنتيمتر بالضبط، والغرام الواحد يساوي ٠,٠٠١ كيلو غرام بالضبط. مع ذلك، فإن الكميات المشتقة من قياسات أخرى غير العد تكون غير مؤكدة بدرجات متفاوتة بسبب القيود العملية لعملية القياس المستخدمة.

Significant Figures in Measurement

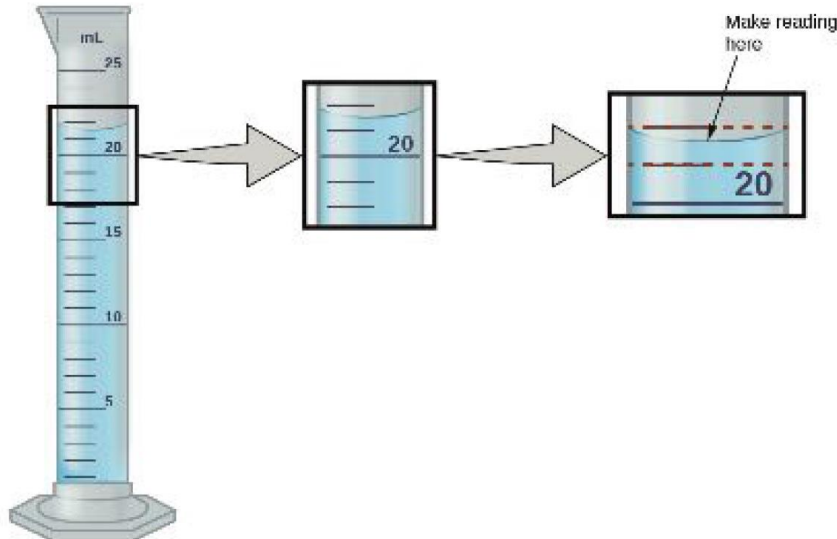
The numbers of measured quantities, unlike defined or directly counted quantities, are not exact. To measure the volume of liquid in a graduated cylinder, you should make a reading at the bottom of the meniscus, the lowest point on the curved surface of the liquid.



To measure the volume of liquid in this graduated cylinder, you must mentally subdivide the distance between the 21 and 22 mL marks into tenths of a milliliter, and then make a reading (estimate) at the bottom of the meniscus.

Significant Figures in Measurement

على عكس الكميات المُحددة أو المحسوبة مباشرةً، فإنّ أعداد الكميات المُقاسة ليست دقيقة. لقياس حجم سائل في أسطوانة مدرجة، يجب أخذ القراءة من أسفل الهلال، وهو أدنى نقطة على السطح المُنحني للسائل.



لقياس حجم السائل في هذه الأسطوانة المدرجة، يجب عليك تقسيم المسافة بين علامتي 21 و 22 مل إلى أعشار المليلتر ذهنيًا، ثم إجراء قراءة (تقدير) في أسفل الهلال.

Significant Figures in Measurement

Refer to the illustration in Previous **Figure**. The bottom of the meniscus in this case clearly lies between the 21 and 22 markings, meaning the liquid volume is *certainly* greater than 21 mL but less than 22 mL. The meniscus appears to be a bit closer to the 22-mL mark than to the 21-mL mark, and so a reasonable estimate of the liquid's volume would be 21.6 mL. In the number 21.6, then, the digits 2 and 1 are certain, but the 6 is an estimate. Some people might estimate the meniscus position to be equally distant from each of the markings and estimate the tenth-place digit as 5, while others may think it to be even closer to the 22-mL mark and estimate this digit to be 7. Note that it would be pointless to attempt to estimate a digit for the hundredths place, given that the tenths-place digit is uncertain. In general, numerical scales such as the one on this graduated cylinder will permit measurements to one-tenth of the smallest scale division. The scale in this case has 1-mL divisions, and so volumes may be measured to the nearest 0.1 mL

Significant Figures in Measurement

ارجع إلى الرسم التوضيحي في الشكل السابق. يقع الجزء السفلي من الهلال في هذه الحالة بوضوح بين علامتي 21 و22، مما يعني أن حجم السائل أكبر بالتأكيد من 21 مل ولكنه أقل من 22 مل. يبدو أن الهلال أقرب قليلاً إلى علامة 22 مل منه إلى علامة 21 مل، وبالتالي فإن التقدير المعقول لحجم السائل سيكون 21.6 مل. في العدد 21.6، إذن، الرقمان 2 و1 مؤكدان، لكن 6 هو تقدير. قد يقدر بعض الأشخاص موضع الهلال على أنه على مسافة متساوية من كل من العلامتين ويقدر الرقم الموجود في المنزل العاشر على أنه 5، بينما قد يعتقد آخرون أنه أقرب إلى علامة 22 مل ويقدر هذا الرقم على أنه 7. لاحظ أنه سيكون من غير المجدي محاولة تقدير رقم لمنزلة المئات، نظرًا لأن رقم المنزل العاشر غير مؤكد. بشكل عام، تسمح المقاييس الرقمية، مثل تلك الموجودة على هذه الأسطوانة المدرجة، بقياسات تصل إلى عُشر أصغر قسم للمقياس. يحتوي المقياس في هذه الحالة على أقسام مقدارها 1 مل، وبالتالي يمكن قياس الأحجام لأقرب 0.1 مل.

Significant Figures in Measurement

This concept holds true for all measurements, even if you do not actively make an estimate. If you place a quarter on a standard electronic balance, you may obtain a reading of 6.72 g. The digits 6 and 7 are certain, and the 2 indicates that the mass of the quarter is likely between 6.71 and 6.73 grams. The quarter weighs *about* 6.72 grams, with a nominal uncertainty in the measurement of ± 0.01 gram. If the coin is weighed on a more sensitive balance, the mass might be 6.723 g. This means its mass lies between 6.722 and 6.724 grams, an uncertainty of 0.001 gram. Every measurement has some **uncertainty**, which depends on the device used (and the user's ability). All of the digits in a measurement, including the uncertain last digit, are called **significant figures** or **significant digits**. Note that zero may be a measured value; for example, if you stand on a scale that shows weight to the nearest pound and it shows "120," then the 1 (hundreds), 2 (tens) and 0 (ones) are all significant (measured) values.

A measurement result is properly reported when its significant digits accurately represent the certainty of the measurement process. But what if you were analyzing a reported value and trying to determine what is significant and what is not? Well, for starters, all nonzero digits are significant, and it is only zeros that require some thought. We will use the terms "leading," "trailing," and "captive" for the zeros and will consider how to deal with them.

Significant Figures in Measurement

ينطبق هذا المفهوم على جميع القياسات، حتى لو لم تقم بتقدير فعلي. إذا وضعت ربع دولار على ميزان إلكتروني قياسي، فقد تحصل على قراءة 6.72 جرام. الرقمان 6 و 7 مؤكدان، ويشير الرقم 2 إلى أن كتلة الربع دولار من المحتمل أن تكون بين 6.71 و 6.73 جرام. يزن الربع دولار حوالي 6.72 جرام، مع عدم يقين اسمي في القياس ± 0.01 جرام. إذا تم وزن العملة المعدنية على ميزان أكثر حساسية، فقد تكون الكتلة 6.723 جرام. هذا يعني أن كتلتها تقع بين 6.722 و 6.724 جرام، وعدم يقين قدره 0.001 جرام. كل قياس له بعض عدم اليقين، والذي يعتمد على الجهاز المستخدم (وقدرة المستخدم). تسمى جميع الأرقام في القياس، بما في ذلك الرقم الأخير غير المؤكد، أرقامًا مهمة أو أرقامًا مهمة. لاحظ أن الصفر قد يكون قيمة مقاسة؛ على سبيل المثال، إذا وقفت على ميزان يُظهر الوزن لأقرب رطل وأظهر "120"، فإن 1 (المئات)، و 2 (العشرات)، و 0 (الأحاد) كلها قيم مهمة (مقاسة).

تُبلغ نتيجة القياس بشكل صحيح عندما تُمثل أرقامها المعنوية بدقة درجة اليقين في عملية القياس. ولكن ماذا لو كنت تُحلّل قيمة مُبلغ عنها وتحاول تحديد ما هو معنوي وما هو غير معنوي؟ حسنًا، بدايةً، جميع الأرقام غير الصفرية معنوية، والأصفار فقط هي التي تتطلب بعض التفكير. سنستخدم مصطلحات "البادئ" و "اللاحق" و "الأسير" للأصفار، وسننظر في كيفية التعامل معها.

Significant Figures in Measurement

3090

Captive

Trailing

0.008020

Leading

Trailing

Captive

1267 m

First nonzero figure on the left

Four significant figures

55.0 g

First nonzero figure on the left

Three significant figures: note that the zero is to the right of the decimal point and therefore a significant figure

Significant Figures in Calculations

A second important principle of uncertainty is that results calculated from a measurement are at least as uncertain as the measurement itself. Take the uncertainty in measurements into account to avoid misrepresenting the uncertainty in calculated results. One way to do this is to report the result of a calculation with the correct number of significant figures, which is determined by the following three rules for **rounding** numbers:

1. When adding or subtracting numbers, round the result to the same number of decimal places as the number with the least number of decimal places (the least certain value in terms of addition and subtraction).
2. When multiplying or dividing numbers, round the result to the same number of digits as the number with the least number of significant figures (the least certain value in terms of multiplication and division).
3. If the digit to be dropped (the one immediately to the right of the digit to be retained) is less than 5, “round down” and leave the retained digit unchanged; if it is more than 5, “round up” and increase the retained digit by 1; if the dropped digit is 5, round up or down, whichever yields an even value for the retained digit. (The last part of this rule may strike you as a bit odd, but it’s based on reliable statistics and is aimed at avoiding any bias when dropping the digit “5,” since it is equally close to both possible values of the retained digit.)

Significant Figures in Calculations

المبدأ الثاني المهم لعدم اليقين هو أن النتائج المحسوبة من القياس تكون على الأقل بنفس درجة عدم اليقين مثل القياس نفسه. خذ عدم اليقين في القياسات في الاعتبار لتجنب تحريف عدم اليقين في النتائج المحسوبة. إحدى طرق القيام بذلك هي الإبلاغ عن نتيجة الحساب بالعدد الصحيح من الأرقام المعنوية، والذي يتم تحديده من خلال القواعد الثلاث التالية لتقريب الأرقام:

1. عند جمع أو طرح الأرقام، قم بتقريب النتيجة إلى نفس عدد المنازل العشرية للرقم الذي يحتوي على أقل عدد من المنازل العشرية (أقل قيمة مؤكدة من حيث الجمع والطرح)
2. عند ضرب أو قسمة الأرقام، قم بتقريب النتيجة إلى نفس عدد أرقام الرقم الذي يحتوي على أقل عدد من الأرقام المعنوية (أقل قيمة مؤكدة من حيث الضرب والقسمة)
3. إذا كان الرقم الذي سيتم حذفه (الرقم الموجود مباشرة على يمين الرقم الذي سيتم الاحتفاظ به) أقل من 5، فقم "بالتقريب للأسفل" واطرك الرقم المحفوظ دون تغيير؛ إذا كان الرقم أكبر من 5، قرّب لأعلى وزد الرقم المتبقي بمقدار 1؛ إذا كان الرقم المحذوف 5، قرّب لأعلى أو لأسفل، أيهما يعطي قيمة زوجية للرقم المحذوف. (قد يبدو لك الجزء الأخير من هذه القاعدة غريبًا بعض الشيء، لكنه مبني على إحصاءات موثوقة ويهدف إلى تجنب أي تحيز عند حذف الرقم "5"، لأنه قريب بنفس القدر من كلا القيمتين المحتملتين للرقم المحذوف.)

Significant Figures in Calculations

The following examples illustrate the application of this rule in rounding a few different numbers to three significant figures

- 0.028675 rounds “up” to 0.0287 (the dropped digit, 7, is greater than 5)
- 18.3384 rounds “down” to 18.3 (the dropped digit, 3, is less than 5)
- 6.8752 rounds “up” to 6.88 (the dropped digit is 5, and the retained digit is even)
- 92.85 rounds “down” to 92.8 (the dropped digit is 5, and the retained digit is even)

توضح الأمثلة التالية تطبيق هذه القاعدة في تقريب بعض الأرقام المختلفة إلى ثلاثة أرقام معنوية

- 0.028675 يُقَرَّب لأعلى إلى 0.0287 (الرقم المُسقط، 7، أكبر من 5).
- 18.3384 يُقَرَّب لأسفل إلى 18.3 (الرقم المُسقط، 3، أقل من 5).
- 6.8752 يُقَرَّب لأعلى إلى 6.88 (الرقم المُسقط هو 5، والرقم المُحتفظ به زوجي).
- 92.85 يُقَرَّب لأسفل إلى 92.8 (الرقم المُسقط هو 5، والرقم المُحتفظ به زوجي).

Significant Figures in Calculations

Example 1.3

Rounding Numbers

Round the following to the indicated number of significant figures:

- (a) 31.57 (to two significant figures)
- (b) 8.1649 (to three significant figures)
- (c) 0.051065 (to four significant figures)
- (d) 0.90275 (to four significant figures)

Solution

- (a) 31.57 rounds “up” to 32 (the dropped digit is 5, and the retained digit is even)
- (b) 8.1649 rounds “down” to 8.16 (the dropped digit, 4, is less than 5)
- (c) 0.051065 rounds “down” to 0.05106 (the dropped digit is 5, and the retained digit is even)
- (d) 0.90275 rounds “up” to 0.9028 (the dropped digit is 5, and the retained digit is even)

Check Your Learning

Round the following to the indicated number of significant figures:

- (a) 0.424 (to two significant figures)
- (b) 0.0038661 (to three significant figures)
- (c) 421.25 (to four significant figures)
- (d) 28,683.5 (to five significant figures)

Answer: (a) 0.42; (b) 0.00387; (c) 421.2; (d) 28,684

Significant Figures in Calculations

Example 1.4

Addition and Subtraction with Significant Figures

Rule: When adding or subtracting numbers, round the result to the same number of decimal places as the number with the fewest decimal places (i.e., the least certain value in terms of addition and subtraction).

(a) Add 1.0023 g and 4.383 g.

(b) Subtract 421.23 g from 486 g.

Solution

$$\begin{array}{r} \text{(a)} \quad 1.0023 \text{ g} \\ + 4.383 \text{ g} \\ \hline 5.3853 \text{ g} \end{array}$$

Answer is 5.385 g (round to the thousandths place; three decimal places)

$$\begin{array}{r} \text{(b)} \quad 486 \text{ g} \\ - 421.23 \text{ g} \\ \hline 64.77 \text{ g} \end{array}$$

Answer is 65 g (round to the ones place; no decimal places)

Significant Figures in Calculations

Example 1.5

Multiplication and Division with Significant Figures

Rule: When multiplying or dividing numbers, round the result to the same number of digits as the number with the fewest significant figures (the least certain value in terms of multiplication and division).

(a) Multiply 0.6238 cm by 6.6 cm.

(b) Divide 421.23 g by 486 mL.

Solution

(a) $0.6238 \text{ cm} \times 6.6 \text{ cm} = 4.11708 \text{ cm}^2 \rightarrow$ result is 4.1 cm^2 (round to two significant figures)
four significant figures $\times$ two significant figures $\rightarrow$ two significant figures answer

(b) $\frac{421.23 \text{ g}}{486 \text{ mL}} = 0.86728... \text{ g/mL} \rightarrow$ result is 0.867 g/mL (round to three significant figures)
 $\frac{\text{five significant figures}}{\text{three significant figures}} \rightarrow$ three significant figures answer

Check Your Learning

(a) Multiply 2.334 cm and 0.320 cm.

(b) Divide 55.8752 m by 56.53 s.

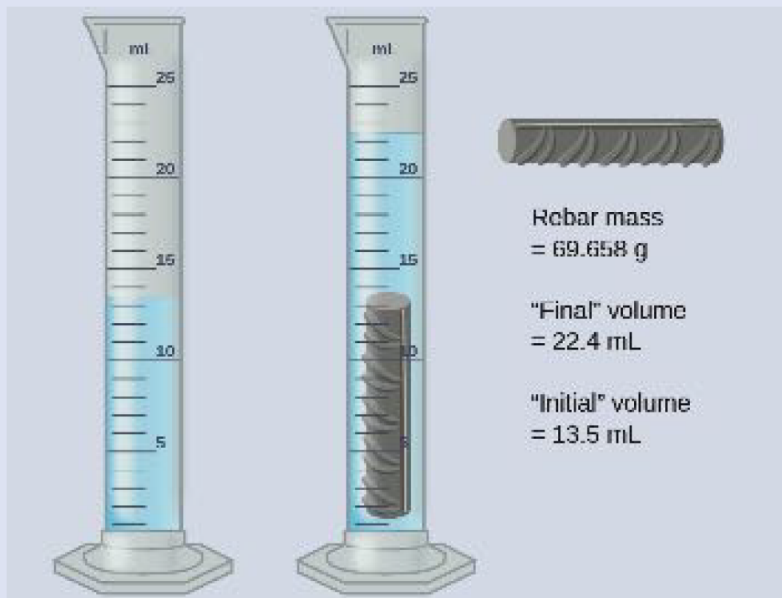
Answer: (a) 0.747 cm^2 (b) 0.9884 m/s

Significant Figures in Calculations

Example 1.7

Experimental Determination of Density Using Water Displacement

A piece of rebar is weighed and then submerged in a graduated cylinder partially filled with water, with results as shown.



- (a) Use these values to determine the density of this piece of rebar.
- (b) Rebar is mostly iron. Does your result in (a) support this statement? How?

Solution

The volume of the piece of rebar is equal to the volume of the water displaced:

$$\text{volume} = 22.4 \text{ mL} - 13.5 \text{ mL} = 8.9 \text{ mL} = 8.9 \text{ cm}^3$$

(rounded to the nearest 0.1 mL, per the rule for addition and subtraction)

The density is the mass-to-volume ratio:

$$\text{density} = \frac{\text{mass}}{\text{volume}} = \frac{69.658 \text{ g}}{8.9 \text{ cm}^3} = 7.8 \text{ g/cm}^3$$

(rounded to two significant figures, per the rule for multiplication and division)