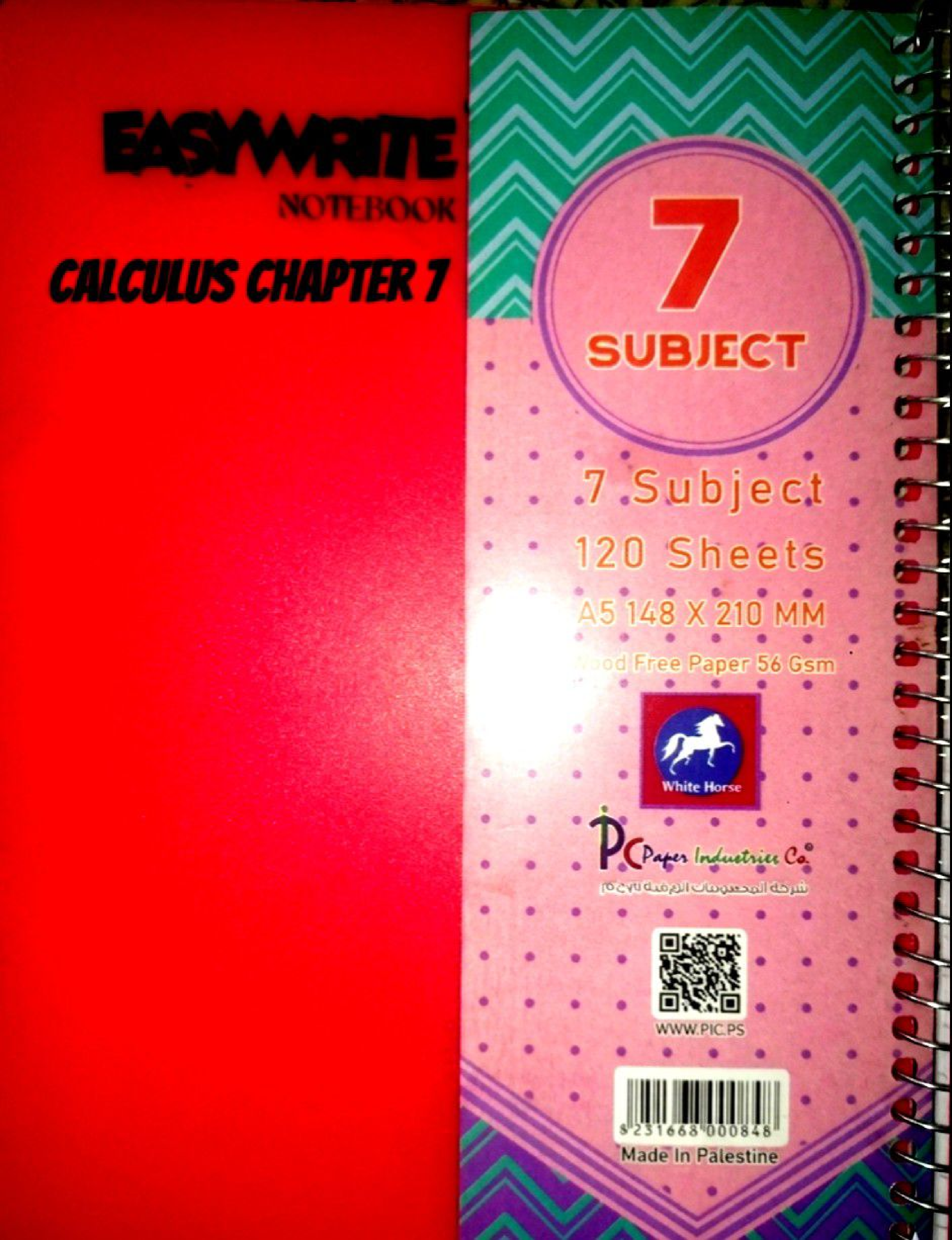


CALCULUS CHAPTER 7

بسم الله الرحمن الرحيم معانا ومعاكم
تلخيص Calculus لشخص غلبانه إلا شوية
تلخيص شابتر 7 برضو إلا شوية او زيادة شوية

ملاحظات خطيرة

1 معدش بيتشرح على الخط لأنه سحر بدون هالواسطة

2 إلي ما بدعيلي رح أدعي عليه .....

3 الملخص تابع لدكتور مش من الإسلامية ؟؟

4 في بهاراته كثير مني مش من الدكتور

5 كان معكم Eng إلا شوية مؤمن بسام عاشور

6 بالتوفيق جميعاً دعواتي لكم إن شاء الله رح الخص باقي الشباتر

7 الترتيب مش زي الكتاب بس انو هو نفسه نفس العلم

Moamen-B-Ashoar "معكم المعيد إلا شوية مستقبلاً"

* الملاحظة الأخطر والأهم :

⇐ هذا الملخص غير كافي أنو تجيب علامة كاملة
بدك تحل أسئلة أخرى من برا الهاند بشرح
طريقة الحل مع أمثلة كثيرة
تحياتي لكم بالتوفيق

Moamen-B_Ashour

☆ مؤمن بسام عاشور ☆

Calculus-B-

<< بسم الله الرحمن الرحيم >>

Eng: Moamen-B-Ashour

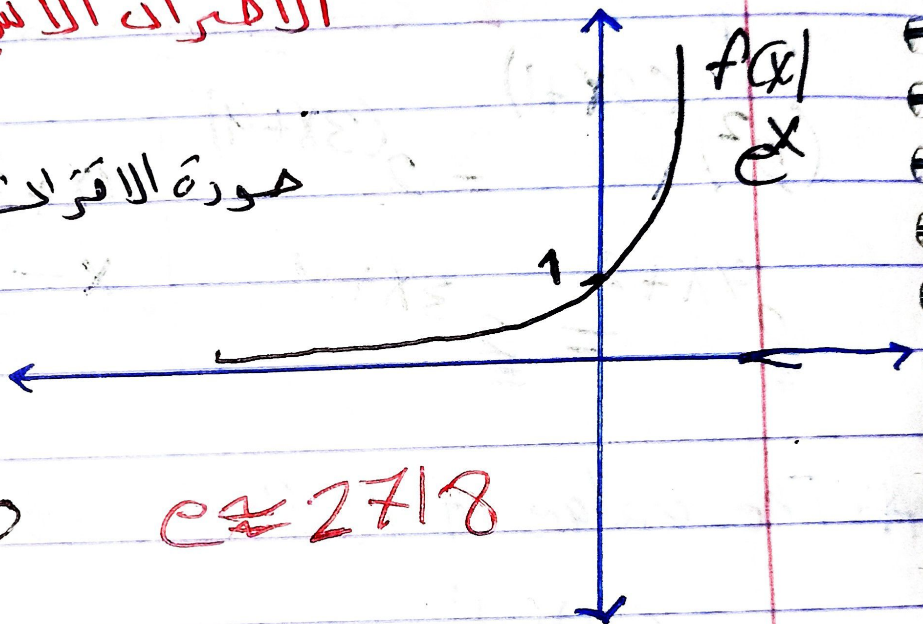
Exponential functinos

الاقتران الاسي

الأكسات فوقه

R

$f(x) = e^{x}$ ← صورة الاقتران



Domain ≡ R

Range ≡ $e^{x} > 0$

$e \approx 2.718$

ملاحظة: الاقتران الأسي ≠ 0 ≠ سالب فقط موجب

properties ⇒ الخصائص

1) $\frac{1}{e^{x}} = e^{-1}$

2) $e^{x} * e^{y} = e^{x+y}$

3) $\frac{e^{x}}{e^{y}} = e^{x-y}$

موجبه فقط

4) $(e^{x})^{y} = e^{xy}$

5) $e^{x} \not> \cancel{0} =$

6) $e^{x} > 0$

حل المعادلة يعني

2 **The** solution of the equastion = solve

$4^{(2x+1)} = 2^{(3x+4)}$ is??

هنا بنمشي على خاصية بساوي الاساسات بعدين الي فوق

بيلي باعشان هاد حلي $4 \Leftarrow 2^2$

ضرب

$(2^2)^{(2x+1)} = 2^{(3x+4)}$

$\underline{\underline{2}}^{4x+2} = \underline{\underline{2}}^{3x+4}$

$4x+2 = 3x+4$

$x = 2$

$\Longrightarrow \boxed{x=2}$

* The value of x that satisfies the equatio

$5^{(2x+1)} = 25$ is ← نفس القاعده الي فوق

$\underline{\underline{5}}^{(2x+1)} = \underline{\underline{5}}^{2}$

$2x+1 = 2$

$\frac{2x}{2} = \frac{1}{2}$

$\boxed{x = \frac{1}{2}}$

ملاحظة خطيرة => في المعادلات الأسية إذا احتوت على حد ثابت

ففي هذه الحالة يكون الحل غالباً نفرض $\boxed{y = e^x}$

أما إذا لم يكون هناك ثابت فالحل هو عامل مشترك من البداية

1 slove $e^{5x} - 9e^{3x} = 0$

لا يوجد ثابت => عامل مشترك

$$e^{3x}(e^{2x} - 9) = 0$$

$e^{3x} = 0$ | $e^{2x} - 9 = 0$

$\ln e^{2x} = 9 \rightarrow \ln$

$2x = \ln(9)$

$$\boxed{x = \frac{\ln(9)}{2}}$$

2 slove $e^{2x} - 3e^x = 4$

يوجد ثابت ← نفرض

نفرض الحد الأصغر دائماً

$\boxed{y = e^x} \rightarrow$ فرضية

$y^2 = e^{2x}$

$y^2 - 3y = 4$

$y^2 - 3y - 4 = 0$

$(y - 4)(y + 1)$

$y - 4 = 0$ | $y + 1 = 0$

$\boxed{y = 4}$, | $y = -1$

من الفرضية رجع ← $y = e^x$ | $e^x = -1$

مرفوض

$\ln e^x = 4 \ \ln$ | $e^x \neq 0$

$$\boxed{x = \ln(4)}$$

$\boxed{3}$ Slove $16^x + 4^x - 6 = 0$

يوجد ثابت => نفرض الاصغر

$y = 4^x$

$y^2 = 16^x$

$y^2 + y - 6 = 0$

$(y+3)(y-2) = 0$

$y = -3$ | $y = 2$

$4^x = -3$ | $4^x = 2$

مرفوض | $(2^2)^x = 2$

$2^{2x} = 2$

$2x = 1$

$\boxed{x = \frac{1}{2}}$

$\boxed{4}$ Slove $36^x - 6^x = 6$

يوجد ثابت نفرض الاصغر

$y = 6^x$

$y^2 = 36^x$

$y^2 - y = 6$

$y^2 - y - 6 = 0$

$(y-3)(y+2)$

$y = +3$ | $y = -2$

$6^x = +3$ | $6^x = -2$

[illegible] | مرفوض لانه ≠ سالب

← ملاحظة سريعة لحل جميع أفكار الاقتران الأسي

المعادلات الأسية

- إذا تساوت الأسس تساوت الأساسات
- لا يوجد ثابت ← عامل مشترك
- يوجد ثابت ← نفرض y وهو الحد الأصغر

الحد الأكبر = y^2 | الحد الأصغر = y

حل نحصل معادلة تربيعية
ونجد قيمة y الأصلية

☆ وتشاء أنت من الأماني نجمة ☆
ويشاء ربك ان ينالك القمر

Moamen-B-Ashour

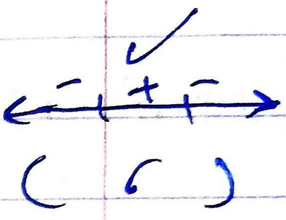
مؤمن بسام عاشور

* Logarithms functions اللوغاريتمي

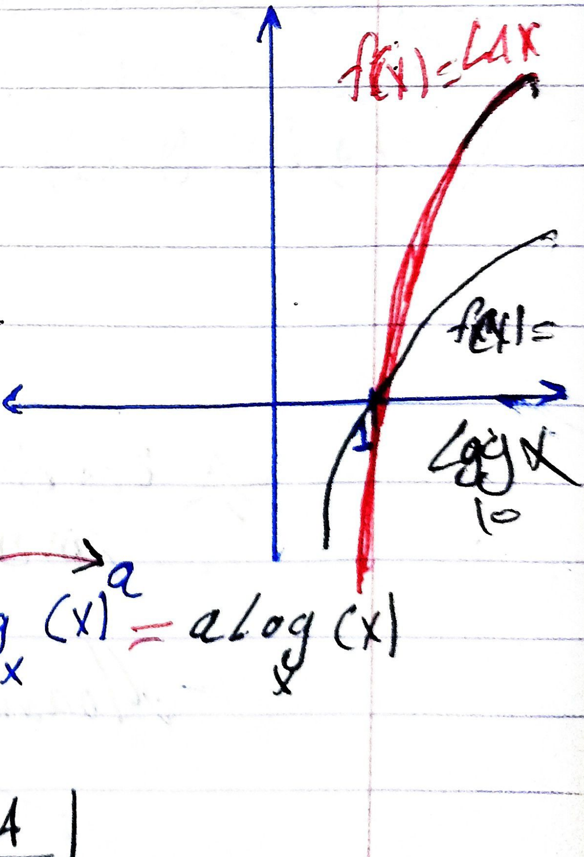
$f(x) = \log_a(h(x)) \longrightarrow$ يعني لوغاريتم $h(x)$ للأساس a

for exmaple: $f(x) = \log_a(x)$ الفترة مفتوحة

Domain $\equiv$ منطقة التعريف → اصفار الدالة
→ اصفار المقام



Range $\equiv$



Properties ⇒ خصائص

* $\log_{\textcircled{x}}(\textcircled{x}) = 1$ * $\ln(e) = 1$

* $\log(1) = 0$ * $\ln_c(1) = 0$

لاي الاساس ملوش دخل →

* $\log_x (x)^a = a\log_x(x)$

* $\log_y x = \dfrac{\ln(x)}{\ln(y)}$

* $\log_c(A) - \log_c(B) = \log_c\left(\dfrac{A}{B}\right)$

* $\log_c(A) + \log_c(B) = \log_c(A * B)$

* التحويل من لوغاريتم لأسي

$$\log_a x = b \Rightarrow a^b = x$$

= قوة

* slove * $\log_2 (x+1) = 3 \rightarrow$ تحويل لأسي

= قوة

$2^3 = x+1$ | $\boxed{x = 7}$

$8 = x+1$

* slove * $\log(2x+8) - \log_2 (4x-5) = 1$

تحويل لقسمة

$$\log_2\left(\frac{(2x+8)}{(4x-5)}\right) = 1$$

= قوة

$2^1 \times \frac{2x+8}{4x-5}$

8

$8x - 10 = 2x + 8$

$6x = 18 \rightarrow /6$

$\boxed{x = 3}$

~~$\log_2 (2x+8) - \log_2$~~

slove $\ln(2x+3) - \ln(x+6) = 0$

$\ln\left(\frac{2x+3}{x+6}\right) = 0$

e e

$\frac{2x+3}{x+6} \times 1$ | $2x+3 = x+6$

$\boxed{x = 3}$

slove * $\log_x(6-x)=2$

حولها لأسي

$x^2 = 6 - x$

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x+3)(x-2)=0$

$x=-3$ | $\boxed{x=2}$ ✓

مرفوض

ملاحظة: في حل المعادلات الاسية واللوغارتمية دائماً رح يطلع معك إجابتين

اهمل الاجابة السالبة ←

slove $\ln(x)+\ln(x-1)=\ln(2)$

حولها لضرب

$\ln(x(x-1))=\ln(2)$

$\underset{e}{\cancel{\ln}}(x^2-x)=\underset{e}{\cancel{\ln}}(2)$

$x^2-x=2$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$\boxed{x=2}$ ✓

slove $\ln(64x^4)-2\ln(x)^{\overset{6}{3}}=\ln(4)$

$\underset{e}{\cancel{\ln}}\left(\frac{64x^4}{x^6}\right)=\underset{e}{\cancel{\ln}}(4)$

$64x^4 = 4x^6$

$64x^4-4x^6=0$

عامل مشترك

$x^4(4x^2-64)=0$

$\boxed{x=0}$ مرفوض | $4x^2=64$ $/4$

$x^2=16$

$\boxed{4}$ | -4 مرفوضة

$$\text{The vlue of } \overbrace{\underbrace{\log_2 6 + \log_2 20}_{\text{ضرب}} - \log_2 15}^{\text{طرح}} = ??$$

$$\log_2\left(\frac{\overset{2}{\cancel{6}} * \overset{4}{\cancel{20}}}{\underset{1\ 3}{\cancel{15}}}\right) = \log_2(8) = \log_2(2)^3 \quad \text{أ}$$

$$3\log_2(2) = 3*1 = \boxed{3} \quad \text{أكثر من إجابة}$$

$$\text{The vlue of } \log_2 3 * \log_3 4 * \log_4 5 * \log_5 6 \ldots\ldots \log_{15} 16$$

$$\frac{\cancel{\ln(3)}}{\ln(2)} * \frac{\cancel{\ln(4)}}{\cancel{\ln(3)}} * \frac{\cancel{\ln(5)}}{\cancel{\ln(4)}} * \frac{\cancel{\ln(6)}}{\cancel{\ln(5)}} \ldots\ldots \frac{\cancel{\ln(15)}}{\cancel{\ln(14)}} * \frac{\ln(16)}{\cancel{\ln(15)}}$$

$$\frac{\ln(16)}{\ln(2)} \Rightarrow \frac{\ln(2)^4}{\ln(2)} \Rightarrow \frac{4\cancel{\ln(2)}}{\cancel{\ln(2)}} \Rightarrow \boxed{4}$$

$\log$ بتتحول → $\frac{\ln(\ \ )}{\ln(\ \ )}$ ← ملاحظة . [redacted]

$$\text{The vlue of } \log_2\left(\frac{1}{16}\right) + \log_2\left(\frac{1}{4}\right) \text{ equale ?}$$

$\log_2\left(\frac{1}{16} * \frac{1}{4}\right) = \log_2\left(\frac{1}{64}\right)$ → فكها تاني

$$\underset{\downarrow}{\log_2(1)} - \log_2(64) = -\log_2(2)^6 = -6\log_2(2) =$$

صفر دا طريقة اخرى فكها من البداية ← $\boxed{-6}$

* $\log_5(10)+\log_{25}(36)=$ ؟؟

لاحظ ان الاساسات تختلف يعني بدنا نغير الاساس الاكبر خاوة
يعني نفكر ونخلي 25 ⟵ 5 بأي طريقة

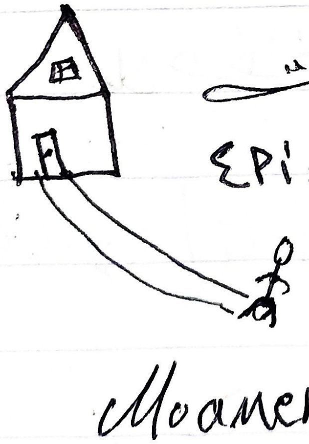
$$\log_5(10)+\frac{\ln(36)}{\ln(25)} \Rightarrow \log_5(10)+\frac{\cancel{2}\ln(6)}{\cancel{2}\ln(5)}$$

$$\log_5(10)+\frac{\ln(6)^{2}}{\ln(5)^{2}}$$

ضرب

$$\log_5(10)+\log_5(6)$$

$$\boxed{\log_5(60)} \rightarrow \boxed{\checkmark}$$



ولهث

$\Sigma P_i = \Sigma P_f$

Moamen_B_Ashour

Inverse

f^{-1}(عدد)

$f(x) =$ العدد

نحل رياضيا

$x =$

تخمين بالتجريب

$f^{-1}(x)$

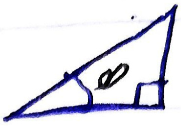
بدل كل $f(x)$ بـ x
كل x بـ y

دبر حالك يا مؤمن
حلي y لحالها

$\boxed{y =}$

$f^{-1}(x) = \boxed{}$

Type1



$(\ )^2 + (\ )^2 = (\ )^2$

بنعوض الـ ~~[illegible]~~
داخل θ بعدين
خود للطرفين نفس
الدالة
وهيك بس

Type2

مش قادر
اكتب
الخطوات
بعدين
مدرس
يا مؤمن

Eng

☺ أي حد بيستفيد يدعيلي لأدعي عليه

Moamen_B_Ashour
مؤمن بسام عاشور

عدا رشو بيشكلك
لتشرين بيابسه
كالكولاس

Eng إلا سنوية

١ اختبار الخط الافقي

*Horizontal Line test

نستخدمه عشان نعرف اذا الاقتران هو one-to-one أو لا

بنروح ننزل بخطوط افقية على الرسمة

① اذا قطع الخط الافقي الاقتران مرتين ليس 1-1

② اذا قطع الخط الافقي الاقتران مرة واحدة فهو 1-1

③ اذا اوجد ~~عنصرين~~ لهما نفس الصورة لا يكون 1-1
رقمين مختلفين

④ كل اقتران one-to-one له اقتران عكسي

ملاحظة خطيرة اذا كان الاقتران Even فهو not-one-to-one

← الاسي واللوغاريتمي دائماً one-to-one بستثني حالات لا

* which of the following function is one-to-one

☒ $f(x) = \ln(x^2) + 4 \Rightarrow$ even → not 1-1

☒ $f(x) = |x| + 1, x \geq -1 \Rightarrow$ even → not 1-1

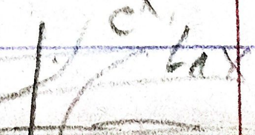
* $f(x) = e^{x^2} + 1 \Rightarrow$ even → not 1-1

* $f(x) = 2\ln(x) + 1 \Rightarrow$ لا يقطع من الرسمة → 1-1 ✓

* $f(x) = \sin(x) + 3 \Rightarrow$ يقطع من الرسمة → not 1-1

* $f(x) = x^4 + 2 \Rightarrow$ even → not 1-1

* $f(x) = \log_{0.25}(x) \Rightarrow$ لا يقطع من الرسمة → 1-1 ✓



Inverse function : $f^{-1}(x)$ الاقتران العكسي

$f^{-1}(x) \neq \dfrac{1}{f(x)}$

معكوس مقلوب

Domain $f(x)$ = Range $f^{-1}(x)$

شقلبة

Range $f(x)$ = Domain $f^{-1}(x)$

$f(f^{-1}(x)) = x$ [redacted] $f^{-1}(f(x)) = x$ يعني يلغوا بعض

=> suppose that $f(x) = x^3 + 2x - 7$

$\boxed{a}$ find the value of x where $f^{-1}(x) = 1$

$\cancel{f}\,\cancel{f^{-1}}(x) = f\,1$: ركب f للطرفين

$x = f(1) \longrightarrow$ عوض

$(1)^3 + 2(1) - 7 = \boxed{-4}$

$\boxed{b}$ find $f^{-1}(-7)$

$f f^{-1}(-7) = f(x)$ افرض

$f(x) = -7$

ساوي الاقتران عادي

ممكن اول ماتشوف

f^{-1}(عدد) = الاقتران العدد

$\longrightarrow f(x) = x^3 + 2x \cancel{-7} = \cancel{-7}$

$x(x^2 + 2) = 0$

$\boxed{x = 0}$ ✓

$x^2 + 2 = 0$

$x^2 \neq -2$

مرفوض

$f^{-1}(-7) = 0$

Exmple: If $f(x) = 11-2x+e^{x-3}$ that $f^{-1}(6)$

المعادلة هاي صعب تنحل رياضيًا رح نلجأ للتجريب
كيف بدنا نختار الرقم الي ممكن يطلع
الاقتران الأزعج وهان كيف رح نتخلص من
exp ← عن طريق نخلي الاس تاعها = 0
وبعد هادا بصير معنا $\boxed{1}$ ونعوض بالرقم الي جربته
لازم يطلع نفس الناتج #الي بخلي = 0 هو ③
اللوغاريتم اذا داخله $\boxed{1}$ = 0

$\rightarrow f(x) = 6$

$11 - 2x + \underset{\text{exp}}{e^{x-3}} = 6$

poly

تخلص من الاقترانات

$11 - 2(3) + e^{3-3} = \boxed{6}$

$11 - 6 + 1 = \boxed{6}$ ✓

$\boxed{x=3} \rightarrow f^{-1}(6) = 3$

★ Exmple - Let $f(x) = 3x - \ln(x-1) + 2$
then $f^{-1}(8)$ equals

لازم ما داخله = $\boxed{1}$ عشان = $\boxed{0}$
يطلع $\boxed{2}$

$f(x) = 8$

$3x - \ln(x-1) + 2 = 8$

$3(2) - \ln(2-1) + 2 = 8$

$6 - 0 + 2 = 8 = 8$

$x = \boxed{2}$

$f^{-1}(8) = 2$

Moamen-B.Ashour

* طريقة حساب Inverse لاقتران معين $f^{-1}(x)$

$\boxed{1}$ * نبدل $f(x)$ بـ x نفس الخطوات من $f(x)$ اى $f^{-1}(x)$

* نبدل x بـ y والعكس صحيح

② ثم نخلي y الجديدة موضوع قانون بعدها اللي بطلع هو $f^{-1}(x)$

$\boxed{*1}$ $f(x) = \ln\sqrt{x+3} - 1$ find $f^{-1}(x) = ??$

$x = \ln\sqrt{y+3} - 1$

$x+1 = \ln\sqrt{y+3}$ → ركب exp

$(e^{x+1})^2 = \sqrt{y+3}$ → ربع

$e^{2x+2} = y + 3$

$y = e^{2x+2} - 3$

$f^{-1}(x) = e^{2x+2} - 3$

$\boxed{*2}$ $f(x) = \frac{3x+2}{5x-1}$ find $f^{-1}(x) = ??$

$x = \frac{3y+2}{5y-1}$

$3y + 2 = 5xy - x$

$5xy - 3y = 2 + x$

$\frac{y(5x-3)}{5x-3} = \frac{2+x}{5x-3}$

$y = \frac{2+x}{5x-3} = f^{-1}(x)$

ممكن تغير إشارات الكل يطلع بشكل اخر بس صح

$\boxed{3}$ $f(x) = \dfrac{2e^x - 1}{3e^x + 1}$ find $f^{-1}(x) = ??$

قسمة عل
$2-3x$

$x = \dfrac{2e^y - 1}{3e^y + 1}$

$2e^y - 1 = 3xe^y + x$

$2e^y - 3xe^y = x + 1$

$e^y(2-3x) = x+1 \rightarrow$

$e^y = \dfrac{x+1}{2-3x}$ $\rightarrow$ $\ln$ ركب

$y = \ln\left(\dfrac{x+1}{2-3x}\right) = f^{-1}(x)$

$\boxed{4}$ $f^{-1}(x) = \ln(x+2) - \ln(x-5)$ find $f(x)$

$f^{-1}(x) = \ln\left(\dfrac{x+2}{x-5}\right)$

$e^x = e^{\ln\left(\frac{y+2}{y-5}\right)} \rightarrow \exp$ ركب

$e^x = \dfrac{y+2}{y-5}$

$y + 2 = e^x y - 5e^x$

$e^x y - y = 5e^x + 2$

$y(e^x - 1) = 5e^x + 2$

$y = \dfrac{5e^x + 2}{e^x - 1} = f(x)$

$\boxed{5}$ Let $f(x) = 2 - \ln\sqrt{x-3}$, then $f^{-1}(x) = ?$

$x = 2 - \ln\sqrt{y-3}$

$\ln\sqrt{y-3} = 2 - x \} \rightarrow \exp$ ركب

$(\sqrt{y-3})^2 = (e^{2-x})^2$

$e^{4-2x} = y - 3$

$y = e^{4-2x} + 3 = f^{-1}(x)$

الاقترانات العكسية المثلثية

Inverse Trigometric function

→ How type question

الانفيرس جوا والعادي برا

1 Type 1 $\Rightarrow \sin(\sin^{-1}(\text{عدد})) = \text{عدد}$

العادي جوا والانفيرس برا

2 Type 2 $\Rightarrow \sin^{-1}(\sin(\text{زاوية})) = \text{زاوية}$

notes :

1 $\sin^{-1}(\text{عدد}) = \text{زاوية}$

2 $\sin(\text{زاوية}) = \text{عدد}$

3 $\cancel{\sin}(\cancel{\sin^{-1}}(\text{عدد})) = \text{عدد}$

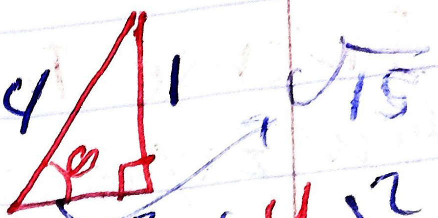
4 $\cancel{\sin^{-1}}(\cancel{\sin}(\text{زاوية})) = \text{زاوية}$

5 $\arcsin(x) = \sin^{-1}(x)$

6 $\sin^{-1}(1 > x > -1)$

$\cos(\sin^{-1}(\frac{1}{4})) =$

Type1 $\theta =$ افرض الي جوا



$(\ )^2 + (1)^2 = (4)^2$

$(\ )^2 + 1 = 16$

$\sqrt{(\ )^2} = \sqrt{15}$

$(\ ) = \sqrt{15}$

بعدما احسب المثلث كلو
مروح للسؤال معوض

$\sin \cancel{\sin^{-1}}(\frac{1}{4}) = \sin\theta$

مقابل ← 1

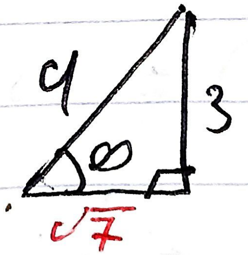
$\frac{1}{4} = \sin\theta$

وتر ← 4

$\cos(\theta) = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

$\frac{\sqrt{15}}{4} =$

$\cot(\sin^{-1}(\frac{3}{4})) =$



$(\ )^2 + (3)^2 = (4)^2$

$(\ )^2 + 9 = 16$

$\sqrt{(\ )^2} = \sqrt{7}$

$(\ )^2 = \sqrt{7}$

$\sin \cancel{\sin^{-1}}(\frac{3}{4}) = \overset{\sin}{\theta}$

$\sin\theta = \frac{3}{4}$ مقابل ← 3 ، وتر ← 4

$\cot(\theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

$c = \boxed{\frac{\sqrt{7}}{3}}$

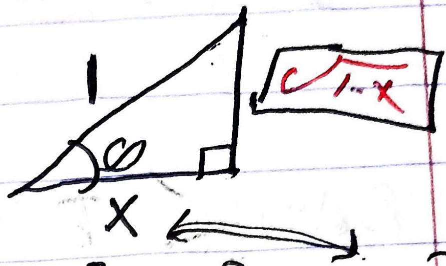
* $\tan(\cos^{-1}(x))$ → عادي ماتتوتر دي نفس الأدوات

$\cancel{\cos}\,\cancel{\cos^{-1}}(x) = \overset{\cos}{\theta}$

$\cos\theta = \frac{x}{1}$ → مجاور → وتر

$\tan(\theta) = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

$$\boxed{\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}}$$



$(\ )^2 + (x)^2 = (1)^2$

$(\ )^2 = 1 - x^2$

$(\ ) = \sqrt{1-x^2}$

---

* $\sin(\textcircled{2}\tan^{-1}4)$

$\cancel{\tan}\,\tan^{-1}4 = \overset{\tan}{\theta}$

$\tan\theta = \frac{4}{1}$ → مقابل → مجاور

$\sin(2\theta)$ ضعف الزاوية

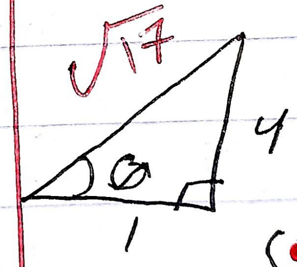
$2\sin(\theta)\cos(\theta)$

$2\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{17}}\right)$

$$\boxed{= \frac{8}{\sqrt{17}}}$$

$\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$

$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)$



$(4)^2 + (1)^2 = (\ )^2$

$16 + 1 = = \sqrt{17}$

Moamen_B_Ashour

ولعت

مووهندس

Type 2 $\sin^{-1}(\sin(\theta))$ ، $\cos^{-1}(\cos(\theta))$ ، $\tan^{-1}(\tan(\theta$

1 عكس لازم بـ Type 2 يكو متشابهات عكس

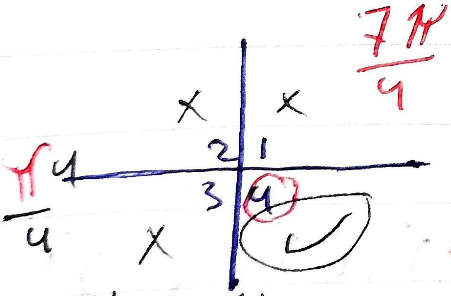
2 بيتعمل على ثلاث خطوات

$\boxed{1} \rightarrow$ الزاوية $< 2\pi \rightarrow$ ok ✓

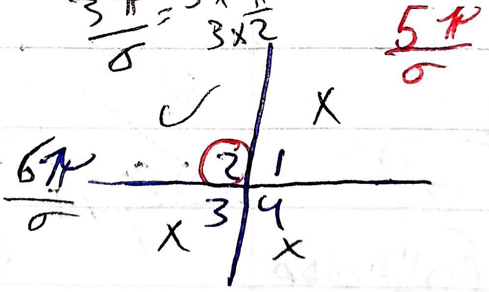
$\theta > 2\pi \rightarrow \theta - 2\pi = \square$

عشان نقارن بين الزوايا لازم توحد مقامات وعشان نحدد أي ربع
لازم نقارنها بـ ٢π اصغر او أكبر ببديت مع الزوايا المحورية

$\boxed{2} \rightarrow$ لازم أحدد بأي ربع



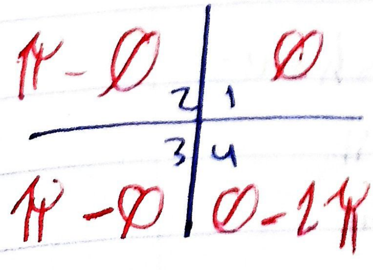
$\frac{3\pi}{6} = \frac{3\times\pi}{3\times2}$



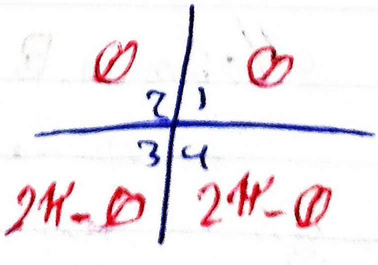
$\frac{6\pi}{4} = \frac{2\times3\pi}{2\times2}$

كيف احفظكم ☺

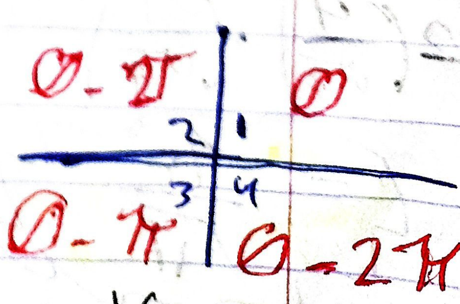
$\boxed{3} \rightarrow$ كتابة الجواب حسب كل نوع



$\sin^{-1}(\sin(\ ))$



$\cos^{-1}(\cos(\ ))$



$\tan^{-1}(\tan(\ ))$

Example: Evaluate each of the following

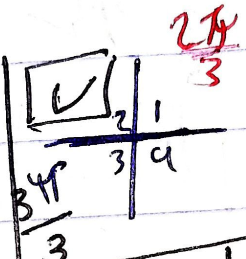
$\boxed{1}$ $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{8\pi}{3}\right)\right) =$

Type 2

$\frac{8\pi}{3}$ $>$ $\frac{2\pi \times 3}{1 \times 3}$

$\leq \frac{6\pi}{3}$ ✓

$\frac{8\pi}{3} - \frac{6\pi}{3} = \boxed{\frac{2\pi}{3}}$



الربع الثاني

كتابة الجواب حسب النوع

$\sin^{-1} \Rightarrow \pi - \theta$

$\frac{3\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} =$

$\boxed{= \frac{\pi}{3}}$

ايش صار هان الي صار انو قارنت الزاوية
أكبر ام أصغر من 2π طلعت أكبر قمت
اطرح منها 2π عشان نقربها ونطلع
هي الزاوية الي بدنا اياها بعد ما حددت
اي ربع طلع الثاني بعدين رحت حسب النوع
والقانون احطه وعملت الحل وطلعت مع

بتوفيق يا [illegible] مؤمن #

Moamen-B-Ashour

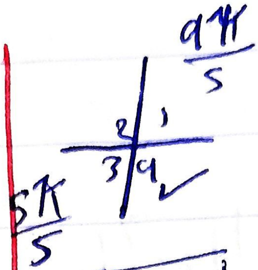
$\tan^{-1}\left(\tan \frac{29\pi}{5}\right) =$

Type 2

$\frac{29\pi}{5} > \frac{2\pi \times 5}{1 \times 5}$

$\frac{29\pi}{5} - \frac{10\pi}{5}$ [illegible]

$= \frac{19\pi}{5} - \frac{10\pi}{5} = \boxed{\frac{9\pi}{5}}$



ربع رابع

كتابة الجواب حسب النوع

$\tan^{-1} \rightarrow$ ربع رابع

$\theta - 2\pi$

$\frac{9\pi}{5} - 2\pi$

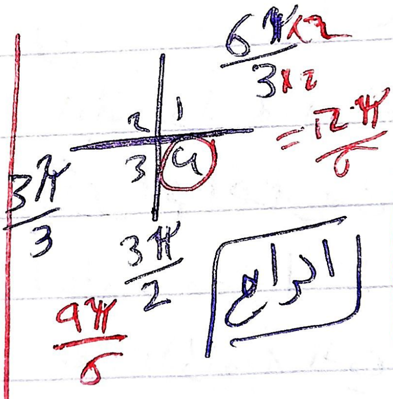
$\frac{9\pi}{5} - \frac{10\pi}{5} = \boxed{-\frac{\pi}{5}}$

$\cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) =$

Type 2

$\boxed{\frac{4\pi}{3}} < \frac{2\pi \times 3}{1 \times 3}$

$\neq \boxed{\frac{6\pi}{3}}$



الرابع

كتابة الجواب حسب النوع

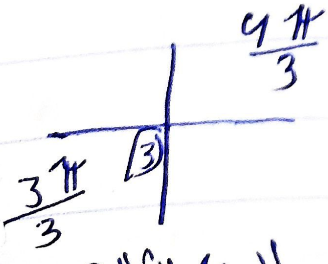
$\cos^{-1} \rightarrow$ ربع رابع

$2\pi - \theta$

$\frac{6\pi}{3} - \frac{6\pi}{3} = \boxed{0}$

طبعًا حليته السؤال غلط عشان بدل ما اختار الزاوية تاعتي رحت اخترت $2\pi \leftarrow \frac{6\pi}{3}$ ههههههه

تفيش وما تاكل عليها يا موودهدس مؤمن



الربع الثالث

$\cos^{-1} \longrightarrow$ ربع ثالث

$2\pi - \theta$

$2\pi - \frac{4\pi}{3} \longrightarrow \frac{6\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} = \boxed{\frac{2\pi}{3}}$

حل صح

* اشتقاقات الاقترانات العكسية

مشتق القوس

$$* \sin^{-1}(x) \rightarrow \frac{(1)}{\sqrt{1-(x)^2}}$$

$(\text{القوس})^2$

سالب

$$* \cos^{-1}(x) = \frac{(-1)}{\sqrt{1-(x)^2}}$$

$$* \tan^{-1}(x) = \frac{(1)}{1+(x)^2}$$

$$* \cot^{-1}(x) = \frac{(-1)}{1+(x)^2}$$

$$* \sec^{-1}(x) = \frac{(1)}{|x|\sqrt{(x)^2-1}}$$

$$* \csc^{-1}(x) = \frac{(-1)}{|x|\sqrt{(x)^2-1}}$$

Moamen B. Ashour

هندسة يعم

$$f(x) = \cos^{-1}(3x)$$

$$f'(x) = \frac{-(3)}{\sqrt{1-(3x)^2}}$$

$$f'(x) = \frac{-3}{\sqrt{1-9x^2}}$$

$$* f(x) = \tan^{-1}(x)^4$$

$$f'(x) = \frac{(4x^3)}{1+(x^4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4x^3}{1+x^8}$$

طب هانا وهاكم يا موهندس موئمن المتفوز قد مخطط لحل اشتقاقات الاقتران العكسي

$$\Rightarrow (f^{-1})'(\text{عدد}) = \frac{1}{f'(f^{-1}(\text{عدد}))} = \frac{1}{f'(B)} = \boxed{\frac{1}{A}}$$

$f^{-1}(x) \Rightarrow f(x) = $ العدد

↓ نوع ↓ حل

↓ تخمين ↓ تجربه

$\boxed{x = B}$

↓ هان اشتق f

وعوض بـ B

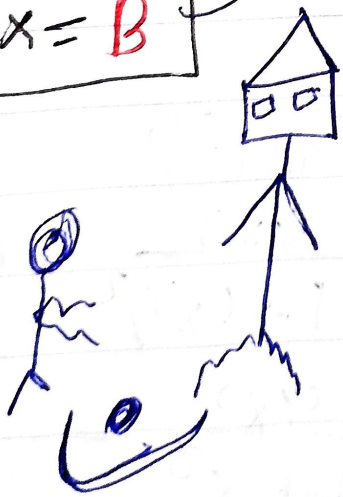
وبعدين بطلع مثلاً

الجواب $\boxed{A}$ فقط

$= \boxed{\frac{1}{A}}$

مخطط حريقة نار يعم

على الله تفلح



Example . $f(x) = \ln(x) + x + 2$ ... find $(f^{-1})'(3)$

$$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(f^{-1}(3))} = \frac{1}{f'(1)} = \boxed{\frac{1}{\boxed{2}}}$$

$\ln(x) + x + 2 = 3$

تجريب نوعين

طلع جو Ln ← واحد

$\boxed{x = 1}$

$f'(x) = \frac{1}{x} + 1$

$f'(1) = \frac{1}{1} + 1 = \boxed{2}$

* $f(x) = x^2 - 10x + 21$, $x \leq 5$, then $(f^{-1})'(12)$

$$(f^{-1})'(12) = \frac{1}{f'(f^{-1}(12))} = \frac{1}{f'(1)} = \boxed{\frac{1}{(-8)}}$$

← هاد واحد

$x^2 - 10x + 21 = 12$

$x^2 - 10x + 9 = 0$

$(x-9)(x-1) = 0$

$\boxed{\cancel{x = 9}}$ ✗ | $\boxed{x = 1}$ ✓

$x \leq 5$

$f'(x) = 2x - 10$

$f'(1) = 2(1) - 10$

$\boxed{f'(1) = -8}$

* slant asymptotes S.A

عشان نجيب S.A ياموئمن لازم يكون $f(x)$ $\frac{\bigcirc}{\bigcirc}$ وكثيرات حدود والبسط اعلى من المقام بدرجة واحدة

خطوات الحل أعمل قسمة مطولة والناتج هو $\boxed{S.A}$ الباقي ملوش دخل ←: كيف اعمل قسمة مطولة اقسم، اضرب، غير اشارة، اجمع (خ)

$$f(x) = \frac{x^2+3x+2}{x-2} \Rightarrow S.A = ??$$

$$\begin{array}{r|l} & x + 5 \\ \hline x-2 & \cancel{x^2} + 3x + 2 \\ & \cancel{-x^2} + 2x \\ \hline & +5x + 2 \\ & -5x + 10 \\ \hline & +12 \quad \text{stoup} \end{array}$$

$$\boxed{S.A = x+5}$$

[illegible]

$$y = \frac{x+3}{x} + x - 5 \Rightarrow S.A = ??$$

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline x & x + 3 \\ & -x \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$1 + x - 5$$

بس تخلص قسمة اجمع للناتج

$$\boxed{y = x - 4 = S.A}$$

Moamen-B-Ashm

z دطح z.

even ± عدد = even

even ± even = even

odd ± عدد = neither

odd ± odd = odd

odd ± even = neither

$\Rightarrow f\circ f\circ g(-2)$

$\Rightarrow f(f(g(-2)))$

$\Rightarrow f(f(3))$

$\Rightarrow f(4)$

=> إجابة

الارقام افتراضية

ج

العمنة الفرديه حسب قاعدة الإشارات

even → +

odd → −

x و x^3 و x^5 و ... و $\sin(x) \rightarrow$ odd

x^2 و x^4 و x^6 و ... و $\cos(x) \rightarrow$ even

$\tan = \frac{\sin}{\cos} \quad \frac{\text{odd}}{\text{even}} \Rightarrow$ odd

even → y-axis

odd → origin

هاد من تفاضل أ بعرف
بس انو بلزمنا يا هندسة
على الله تنجح بس يكبير

MoomenB.Ashour

Integrals → زنخ

التكامل طبعاً مش رح اعيد القواعد القديمة بس بستخدم العاديه

اول ما يظهر لك سؤال تكامل بسط ومقام رح تفكر ب $\boxed{3}$
قواعد بالترتيب ويلا نبلش

$\boxed{1}$ $$\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln|f(x)| + c$$ المقام مشتقه فوقه

$\boxed{2}$ $$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \tan^{-1}(x) + c$$

$$\rightarrow \int \frac{b}{a+x^2} \, dx = \frac{b}{\sqrt{a}} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{a}}\right) + c$$

$\boxed{3}$ $$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \sin^{-1}(x) + c$$

$$\rightarrow \int \frac{b}{\sqrt{a-x^2}} \, dx = b \sin^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{a}}\right) + c$$

#

تعويض
$$dx = \frac{dy}{\text{المشتقة}}$$

$$\frac{A+B+c}{D} = \frac{A}{D} + \frac{B}{D} + \frac{C}{D}$$

$$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$\frac{A+B}{C+D} = \frac{A}{C+D} + \frac{B}{C+D}$$

$$\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$$

Hyperbolic functions! الاقترانات الزائدية

- $\sinh(x) = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{2}$
- $\cosh(x) = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$
- $\tanh(x) = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}} = \dfrac{\sinh}{\cosh}$
- $\coth(x) = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{e^{x} - e^{-x}} = \dfrac{\cosh}{\sinh}$

- $\operatorname{csch}(x) = \dfrac{2}{e^{x} - e^{-x}} = \dfrac{1}{\sinh(x)}$
- $\operatorname{sech}(x) = \dfrac{2}{e^{x} + e^{-x}} = \dfrac{1}{\cosh(x)}$

احفظ sinh و cosh. وجيب الباقي منهم

- $\cosh^{2}(x) - \sinh^{2}(x) = 1$ → متطابقة
- $\sinh(2x) = 2\sinh(x).\cosh(x)$ → ضعف الزاوية
- $\sinh(x) \Rightarrow$ odd
- $\cosh(x) \Rightarrow$ Even

في السؤال عندما تكون $(x > 0)$ تكون $\sinh(x)$ موجبة، [illegible] وعندما تكون $(x < 0)$ تكون سالبة واذا لما يحدد (سالبة وموجبة) مع حفظ اما $\cosh(x)$ دائماً موجبة #

*Example: Evaluate the following

1. $\sinh(0) = \frac{e^{0} - e^{-0}}{2} = \frac{1-1}{2} = \frac{0}{2} = \boxed{0}$

2. $\cosh(\ln(2)) = \frac{e^{\ln(2)} + e^{-\ln(2)}}{2} = \frac{2 + e^{\ln(2)^{-1}}}{2} =$

$$= \frac{2+2^{-1}}{2} = \frac{2+\frac{1}{2}}{2} = \frac{2}{2} + \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \boxed{\frac{5}{4}}$$

3. $\cosh(2\ln(w)) = \frac{e^{2\ln(w)} + e^{-2\ln(w)}}{2} = \frac{e^{\ln(w)^2} + e^{\ln(w)^{-2}}}{2}$

$$= \frac{w^2 + w^{-2}}{2} = \frac{w^2 + \frac{1}{w^2}}{2} = \boxed{\frac{w^2}{2} + \frac{1}{2w^2}}$$

4. Knowing that $\cosh(x) = 5$, $x < 0$, then $\sinh(x)$

حلها دون المتطابقة هيك نظام الاسئلة هاي

$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$

$(5)^2 - \sinh^2(x) = 1$

$\sinh^2(x) = 25 - 1 = 24$

$\sqrt{\sinh^2(x)} = \sqrt{24}$

$\sinh(x) =$

$\boxed{-\sqrt{24}}$ $\quad$ $\boxed{\cancel{+\sqrt{24}}}$

✱ $\sinh(x) = \frac{-1}{3}$, $x < 0$ then $\cosh(x) = ?$

$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$

$\cosh^2(x) - \left(\frac{-1}{3}\right)^2 = 1$

$\cosh^2(x) - \frac{1}{9} = 1$

$\cosh^2(x) = 1 + \frac{1}{9}$

$\sqrt{\cosh^2(x)} = \sqrt{\frac{10}{9}}$

$\cosh(x) =$

$\boxed{\cancel{-\sqrt{10}/3}}$ $\boxed{\sqrt{10}/3}$

✱ $\cosh^2(x) = 26$, then $\sinh(x) = ?$

$\cosh^2 - \sinh^2(x) = 1$

$26 - \sinh^2(x) = 1$

$\sinh^2(x) = 25$

$\sinh(x) = \pm 5$

Moamen_B Ashour

✱ If $\cosh(x) = 2$, then $\tanh(x) = ?$ $\frac{\sinh}{\cosh}$

$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$

$(2)^2 - \sinh^2(x) = 1$

$\sqrt{\sinh^2} = \sqrt{3}$

$\boxed{\sinh(x) = \pm 3}$

$\tanh = \frac{\sinh}{\cosh}$

$= \frac{+3}{2}$

$= \frac{-3}{2}$

*Note

* $\cosh(x) + \sinh(x) = e^{x}$

* $\cosh(x) - \sinh(x) = e^{-x}$ احفظا يكبير

* $\cosh(2x) + \sinh(2x) = e^{2x}$

* Example. $\ln(\cosh(2x) + \sinh(2x)) - \ln(\cosh(x) - \sinh(x)) = 3$ طرح

$$\ln(e^{2x}) - \ln(e^{-x}) = 3$$

$$2x - (-x) = 3$$

$$3x = 3 \Longrightarrow \boxed{x = 1}$$

* Find $(\cosh(x) - \sinh(x))^{14}$

$$(e^{-x})^{14} = \boxed{e^{-14x}}$$

$$\Rightarrow \int \sinh(x)\,dx = \frac{\cosh(x)}{(1)} + c$$

مفش سالب هنا !!!!

$$\Rightarrow \int \cosh(\overset{ax}{\cancel{x}})\,dx = \frac{\sinh(ax)}{(a)} + c$$

$$* \int \sinh(1+4x)\,dx = \frac{\cosh(1+4x)}{4} + c$$

$$* \int \frac{dx}{(\cosh(x)-\sinh(x))^4} = \int \frac{dx}{(e^{-x})^4} = \int \frac{1}{e^{-4x}}\,dx$$

$$= \int e^{4x}\,dx = \boxed{\frac{e^{4x}}{4}}$$

$$* \int \frac{\cosh^2(x)-\sinh^2(x)}{\operatorname{sech}(x)}\,dx = \int \frac{1}{\operatorname{sech}(x)}\,dx$$

$$= \int \cosh(x)\,dx = \boxed{\sinh(x)}$$

مش رح أكتبه مشيها تقم علشان تعبت اعلم هما نفس
الاقترانات تبع المثلثية العادية بس في اختلاف بسيط
لكن إشارة مشتقة cosh مفش عليها سالب
فقط السالب عند sech بس والله
على الله تفلح يا هندسة

Eng

* find $\frac{dx}{dy}$

$\boxed{1}$ $y = \cosh(e^{2x})$

$y' = \sinh(e^{2x}).(2)$

$\boxed{3}$ $y = \text{sech}(x^2)$

$y' = -\text{sech}(x)^2 . \tanh(x^2)(2x)$ ضرب

$\boxed{2}$ $y = x.\sinh(2x)$

$y' = x.\cosh(2x)(2) + \sinh(2x).(1)$

أديلوو وعبيلوو

$\boxed{4}$ $y = \ln(\sinh 3x)$

$y' = \frac{\cosh(3x)(3)}{\sinh 3x} = 3\coth(3x)$

* Inverse hyperbolic اقتران

$\sinh^{-1}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$

$\cosh^{-1}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$

$f \longrightarrow f^{1}$

$\sinh^{-1}(x) \Longrightarrow \frac{(1)}{\sqrt{x^2+1}}$ هاد مشتقة القوس

تربيع القوس

$\cosh^{-1}(x) \Longrightarrow \frac{(1)}{\sqrt{x^2-1}}$

* find the value of $\sinh^{-1}(2)$

$\sinh^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) \longrightarrow$ عوض ②

$= \ln(2 + \sqrt{(2)^2+1}) = \boxed{\ln(2+\sqrt{5})}$

* If $f(x) = \sinh^{-1}(x^4)$, find $f'(x)$ = ??

$f' \rightarrow \frac{(\ )'}{\sqrt{(\ )^2+1}}$

$f'(x) = \frac{(4x^3)}{\sqrt{(x^4)^2+1}} = \boxed{\frac{4x^3}{\sqrt{x^8+1}}}$

* If $\cosh(x) = 4$, then x = ??

$\cancel{\cosh^{-1}} \cancel{\cosh}(x) = \overset{\cosh^{-1}}{4}$

$x = \cosh^{-1}(4)$

$= \ln(4 + \sqrt{(4)^2-1})$

سالب

$\boxed{= \ln(4 \pm \sqrt{15})}$

* If $f(x) = \cosh^{-1}(5x)$, then $f'(x)$ = ??

$\cosh^{-1}(x) \rightarrow \frac{(1)}{\sqrt{x^2-1}}$

$\cosh^{-1}(5x) \rightarrow \frac{x}{\sqrt{(5x)^2-1}} =$

$\boxed{= \frac{x}{25x^2-1} = f'(x)}$

تمّ بحمد الله

11:11

* والحمد الله كدا مفروض خلصنا شابتر 7
اتقسمت الي مقطعه
نقم بحمد الله يلا على شابتر 8

إذا استفدت ادعيلي

Moamen-B-Ashour

PC Paper Industries Co

A5 148 X 210 MM
WOOD FREE PAPER 56 GSM