

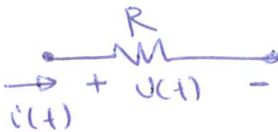
chapter 2:-

Modeling in frequency domain

Modeling:- Find the mathematical Equations that describe the system

Electrical system:-

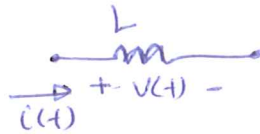
Resistor



$$V(t) = R i(t)$$

$$V(s) = R I(s)$$

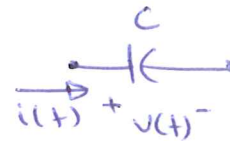
inductor



$$V(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$V(s) = L s I(s)$$

capacitor



$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

$$I(s) = C s V(s)$$

impedance $\frac{V(s)}{I(s)} = R$

$$\frac{V(s)}{I(s)} = L s$$

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{1}{C s}$$

ملامحة سريعة :-

(1) لايجاد TF بين كقول الدارة من time domain الى frequency domain
بعد ذلك يتم التعامل مع جميع العناصر الكهربائية (C, L, R)

كل عنصر مقاومة (R)

(2) تحليل الدوائر الكهربائية نقوم باستخدام المقاييس او الطرق التالية فقط (في هذا الملاق)

* KVL

* KCL

* Mesh current Method

* Node voltage Method

□ Kirchhoff's voltage law (KVL)

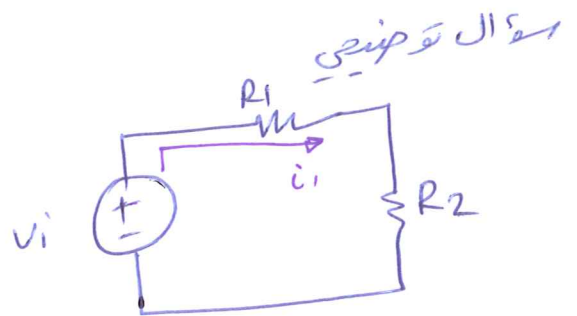
$$\sum_{\text{loop}} V = 0$$

المجموع الجبري للجهود حول حلقة مغلقة = صفر

ملاحظة هامة للتفاعل مع قانون كيرشوف للجهود:-

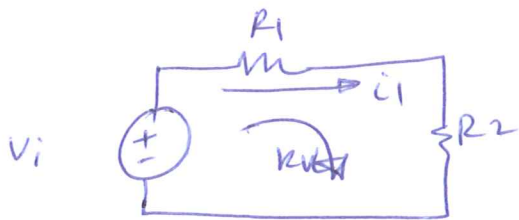
- (1) يتم منح اتجاه مع أو عكس عقارب الساعة لكتابة هذه المعادلة
- (2) في حال وجود مصدر جهد ننظر إذا مرينا من السالب للموجب يكون $-V$ والعكس إذا مرينا من الموجب للسالب يكون V
- (3) في حال المقاومة ننظر إذا كان اتجاه التيار المار في المقاومة مع اتجاه التيار المفترض لكيرشوف يكون الجهد موجب

(إن) هملتي، الأحمال المار في إدارة خرج من القطب الموجب للمصدر.



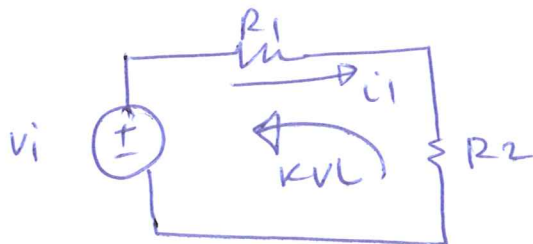
الآن هناك حالتان يجب علينا كتابة KVL

□ الاتجاه مع عقارب الساعة



$$-V_i + R_1 i_1 + i_1 R_2 = 0$$

□ الاتجاه عكس عقارب الساعة



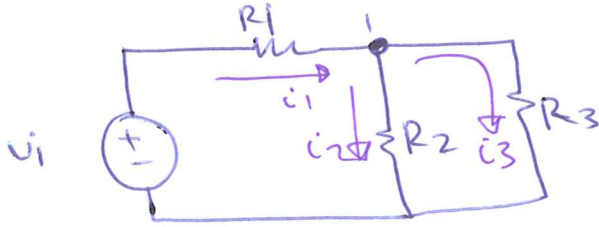
$$V_i - i_1 R_2 - i_1 R_1 = 0$$

نلاحظ أن المعادلتين متساويتين

2 Kirchhoff's current law (KCL)

at any node.

$$\sum I_{out} = \sum I_{in}$$



KCL at node 1

$$i_1 = i_2 + i_3$$

3 Node voltage Method:-

في هذه الطريقة نعامل مع KCL

كيفية كتابة المعادلة

1) نحدد essential node نفرض واحدة منهم (Ref) الأرضي
وأما العقد الضرورية الأخرى لنفرض لها

essential node - العقد الضرورية هي أي عقدة تتفرع منها 3 عناصر
على الأقل



2) نكتب المعادلة لكل voltage node على افتراض أن جميع التيارات الخارجية
من هذه essential node

4 Mesh-current Method:-

في هذه الطريقة نعامل مع KVL

1) نفرض في كل mesh أن هناك تيار ويكون اتجاهه في الاتجاه

ثامنا كلهم مع عقارب الساعة يا إما كلهم على عقارب الساعة

2) لكل mesh نكتب معادلة KVL

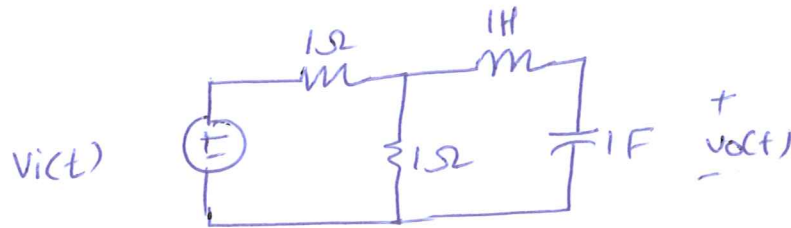
ملاحظة:-

mesh ← هي حلقة لا يمكن جزأها لأكثر من حلقة (أي حلقة واحدة)
(عقدة)

* Node voltage vs. current Method:-

عندما نلجأ بحرية بين هاتين الطريقتين فنحنار الأقل معادلات اذا تم
تم كذا الطريقة في اقول فيجب الالتزام بها.

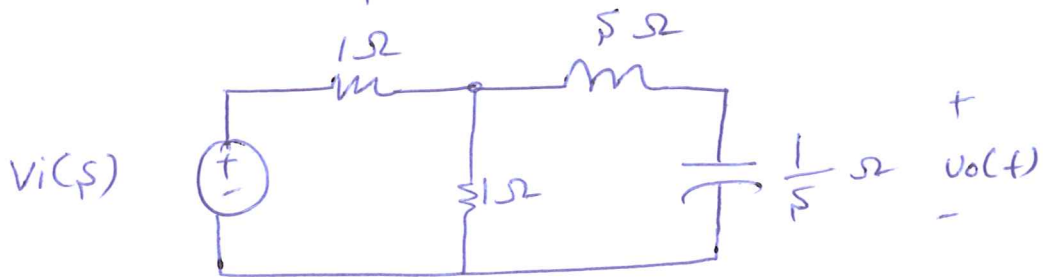
2.16.b Find the transfer function $G(s) = V_o(s)/V_i(s)$



أول خطوة لايجاد TF قبل كتابة معادلات time domain في frequency d.

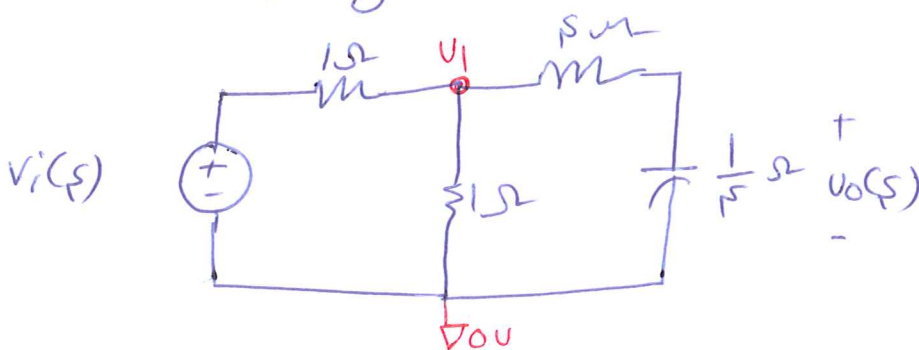
$t \rightarrow f$
 $R \rightarrow R$
 $L \rightarrow Ls$
 $C \rightarrow \frac{1}{Cs}$

ببذلك يتم لتفاعل مع
كل العناصر.

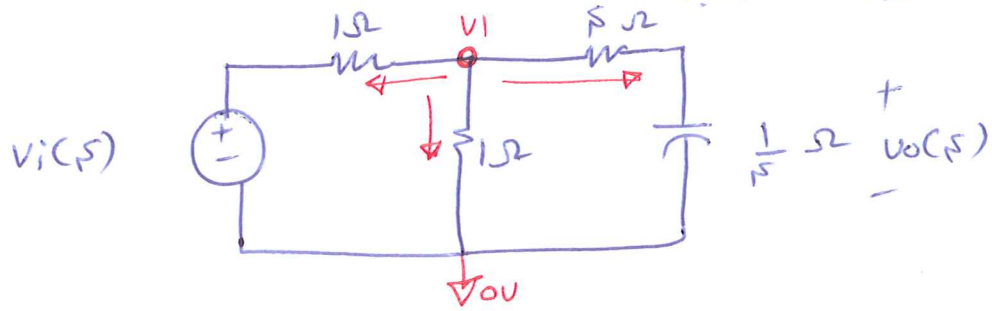


في هذا اقول يوجد 2 mesh
 2 equation
 2 essential node
 1 equation

Node voltage. اذا لم نختل معادلات هذا اقول عن طريق



الآن نكتب معادلة KCL للنود U_1 على افتراض أن N جميع العناصر الخارجة



$$\frac{U_1(s) - U_i(s)}{1} + \frac{U_1}{1} + \frac{U_1}{5 + \frac{1}{s}} = 0$$

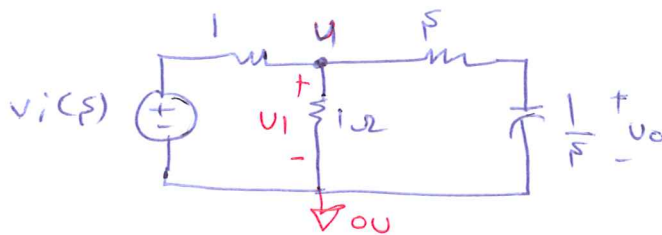
$$U_1(s) \left[1 + 1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{s}} \right] + -U_i(s) = 0$$

$$U_1(s) \left[2 + \frac{s}{s^2 + 1} \right] = U_i(s)$$

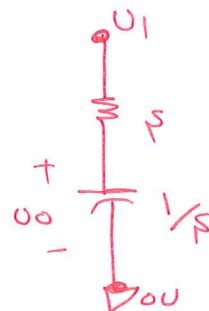
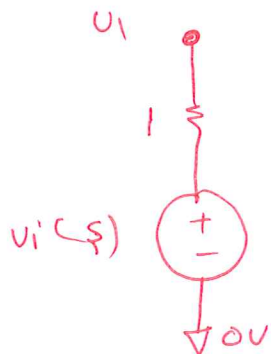
$$U_1(s) \left[\frac{2s^2 + 2 + s}{s^2 + 1} \right] = U_i(s)$$

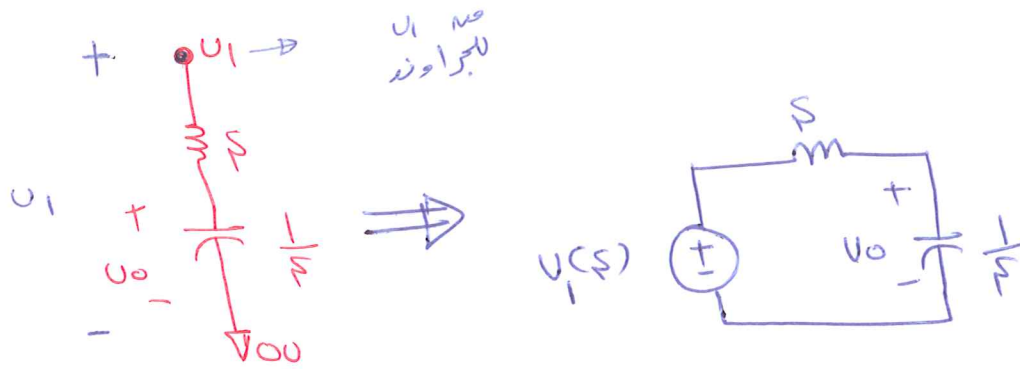
$$U_1(s) = U_i(s) \left[\frac{s^2 + 1}{2s^2 + s + 2} \right]$$

الآن نكتب معادلة KVL



يمكننا في كل حالة حل معادلة KVL





عناصیر مدار را به صورت یک تقوای مع مقاومتی تقوای اگر با هم داشته باشیم
voltage divider

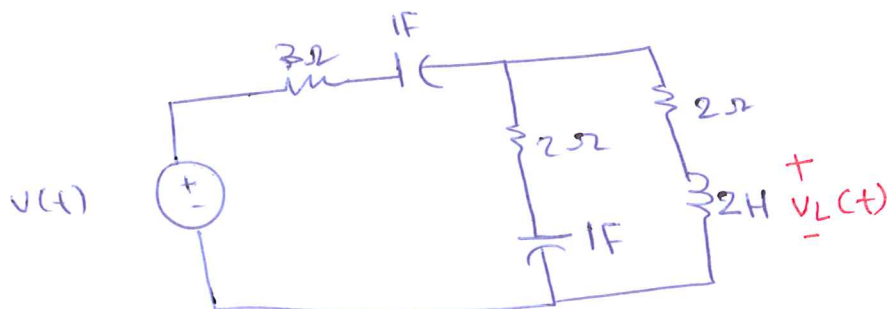
$$V_0(s) = \frac{\frac{1}{s}}{s + \frac{1}{s}} U_1(s)$$

$$V_0(s) = \frac{1}{s^2 + 1} U_1(s)$$

$$V_0(s) = \frac{1}{s^2 + 1} \cdot \left[\frac{s^2 + 1}{2s^2 + s + 2} \right] U_1(s)$$

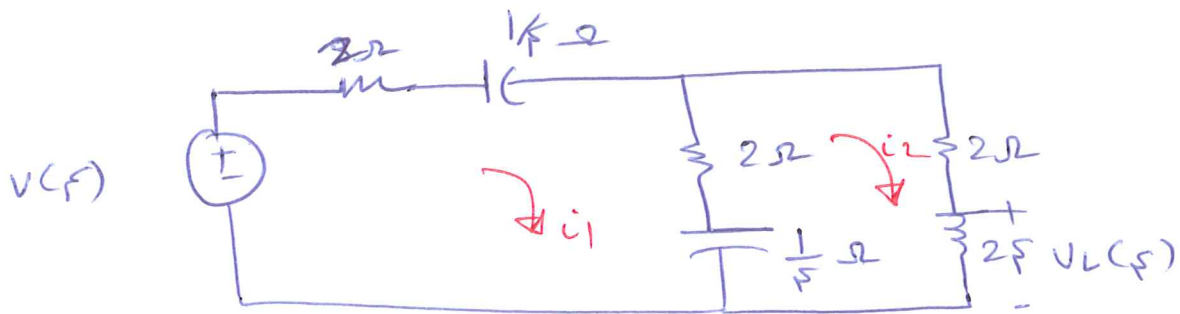
$$\frac{V_0(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{2s^2 + s + 2}$$

2.17.b Find the transfer function, $G(s) = V_L(s)/V(s)$



Node لا نه آقل مدارات من mesh

لا نه آقل مدارات من mesh لا نه آقل مدارات من mesh لا نه آقل مدارات من mesh



$$-V(s) + (2 + \frac{1}{s})i_1 + (2 + \frac{1}{s})(i_1 - i_2) = 0 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$(2 + \frac{1}{s})(i_2 - i_1) + (2 + 2s)i_2 = 0 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$(2 + \frac{1}{s} + 2 + \frac{1}{s})i_1 - (2 + \frac{1}{s})i_2 = V(s) \rightarrow \textcircled{1}^*$$

$$-(2 + \frac{1}{s})i_1 + (2 + \frac{1}{s} + 2 + 2s)i_2 = 0 \rightarrow \textcircled{2}^*$$

$$(\frac{2s + 2s + 1 + 1}{s})i_1 - (\frac{2s + 1}{s})i_2 = V(s) \rightarrow \textcircled{1}^{**}$$

$$-(\frac{2s + 1}{s})i_1 + (\frac{2s^2 + 4s + 1}{s})i_2 = 0 \rightarrow \textcircled{2}^{**}$$

$$V_L(s) = 2s i_2(s)$$

لإيجاد $V_L(s)$

طب إيجار $i_2(s)$

طريقة كرامير :-

معاملات i_1

معاملات i_2

المخرج

$$\begin{bmatrix} \frac{4s+2}{s} & -\frac{(2s+1)}{s} \\ -\frac{(2s+1)}{s} & \frac{2s^2+4s+1}{s} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{4s+2}{s} & V(s) \\ -\frac{(2s+1)}{s} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{4s+2}{s} & -\frac{(2s+1)}{s} \\ -\frac{(2s+1)}{s} & \frac{2s^2+4s+1}{s} \end{vmatrix}}$$

لايجاد i_2 نقوم بإحذف أعمدة المعادلات i_1 بالمخرج

مصفوفة المعاملات

$$\begin{vmatrix} \frac{4s+2}{s} & -\frac{(2s+1)}{s} \\ -\frac{(2s+1)}{s} & \frac{2s^2+4s+1}{s} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 4s+2 & -u(s) \\ \frac{-(2s+1)}{s} & 0 \end{vmatrix} = (4s+2) \times 0 - -u(s) \left(\frac{2s+1}{s} \right)$$

$$= \frac{(2s+1)}{s} u(s)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{(4s+2)}{s} & \frac{-(2s+1)}{s} \\ \frac{-(2s+1)}{s} & \frac{2s^2+4s+1}{s} \end{vmatrix} = \frac{(4s+2)(2s^2+4s+1)}{s^2} - \frac{(2s+1)^2}{s^2}$$

$$= \frac{8s^3 + 16s^2 + 4s + 8s + 4s^2 + 2 - 4s^2 - 4s + 1}{s^2}$$

$$= \frac{8s^3 + 16s^2 + 8s + 1}{s^2}$$

$$i_2 = V \left(\frac{2s+1}{s} \right) \times \frac{(8s^3 + 16s^2 + 8s + 1)}{s^2}$$

$$i_2 = \frac{V (2s^2 + s)}{8s^3 + 16s^2 + 8s + 1}$$

$$V_L = \frac{2s (2s^2 + s) V}{8s^3 + 16s^2 + 8s + 1}$$

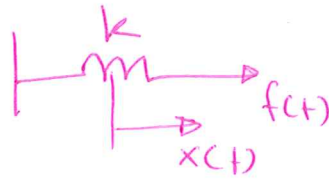
$$V_L = \frac{(4s^3 + 2s^2) V}{8s^3 + 16s^2 + 8s + 1}$$

$$\frac{V_L}{V} = \frac{4s^3 + 2s^2}{8s^3 + 16s^2 + 8s + 1}$$

Transitional Mechanical Systems.

have 3 component:-

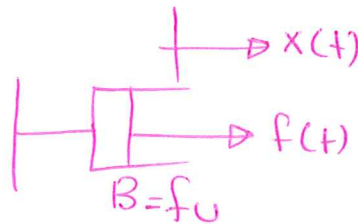
1) spring



$$f(t) = kx(t) = k \int_0^t v(t) dt$$

$$F(s) = kX(s)$$

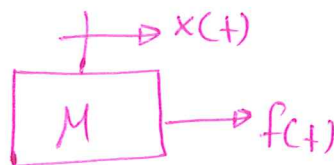
2) damper



$$f(t) = B\dot{x}(t) = Bv(t)$$

$$F(s) = BsX(s)$$

3) Mass

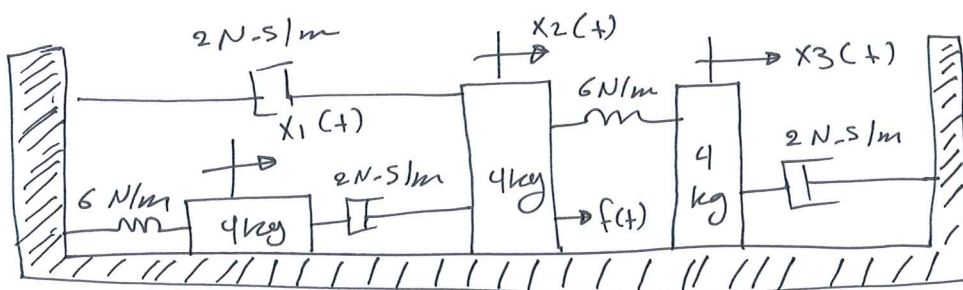


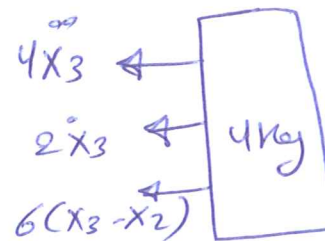
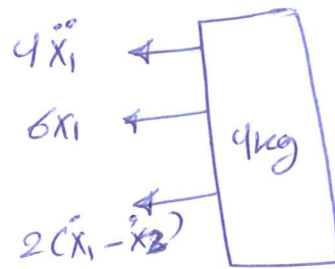
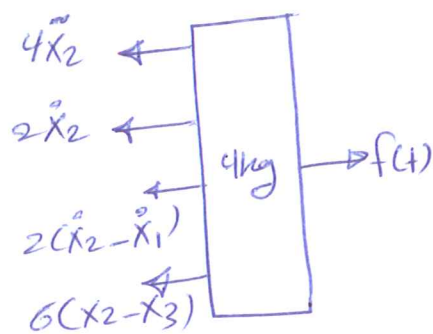
$$f(t) = m\ddot{x}(t) = m\dot{v}(t) = ma(t)$$

$$F(s) = ms^2X(s)$$

[27]

Find the Transfer function, $G(s) = X_3(s)/F(s)$ for the transitional mechanical system.





$$4\ddot{x}_2 + 2\dot{x}_2 + 2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + 6(x_2 - x_3) = f(t)$$

$$4\ddot{x}_1 + 6x_1 + 2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = 0$$

$$4\ddot{x}_3 + 2\dot{x}_3 + 6(x_3 - x_2) = 0$$

convert to s domain :-

$$4s^2x_2 + 2sx_2 + 2sx_2 - 2sx_1 + 6x_2 - 6x_3 = f(s)$$

$$(4s^2 + 4s + 6)x_2 - 2sx_1 - 6x_3 = f(s) \rightarrow \textcircled{1}$$

$$4s^2x_1 + 6x_1 + 2x_1s + 2sx_2 = 0$$

$$(4s^2 + 2s + 6)x_1 - 2sx_2 = 0 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$4s^2x_3 + 2sx_3 + 6x_3 - 6x_2 = 0$$

$$(4s^2 + 2s + 6)x_3 - 6x_2 = 0 \rightarrow \textcircled{3}$$

$$X_3 = \frac{\det A_3}{\det A}$$

$$A = \begin{bmatrix} (4s^2 + 2s + 6) & -2s & 0 \\ -2s & (4s^2 + 4s + 6) & -6 \\ 0 & -6 & 4s^2 + 2s + 6 \end{bmatrix}$$

$$\det A = (4s^2 + 2s + 6)[(4s^2 + 4s + 6)(4s^2 + 2s + 6) - 36] - (-2s)[-2s(4s^2 + 2s + 6)] = (4s^2 + 2s + 6)(16s^4 + 24s^3 + 9s^2 + 36s)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} (4s^2 + 2s + 6) & -2s & 0 \\ -2s & (4s^2 + 4s + 6) & F(s) \\ 0 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

convert the 3rd column to the output.

$$\det A_3 = (4s^2 + 2s + 6)(0 - (-6F(s))) + 2s(0) + 0 =$$

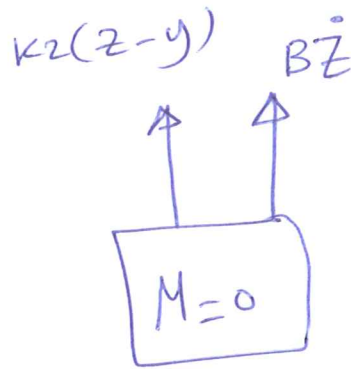
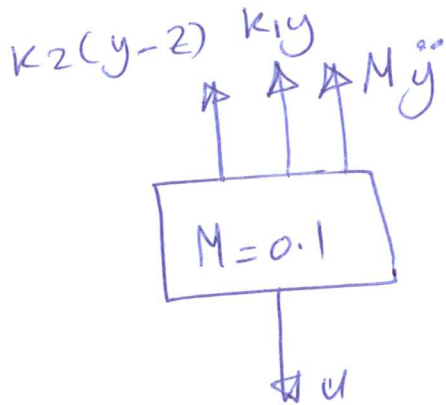
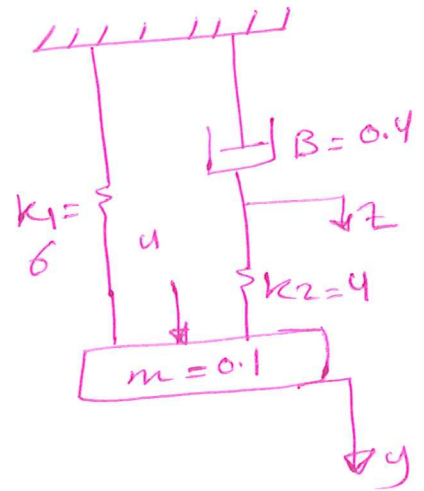
$$6(4s^2 + 2s + 6)F(s)$$

$$X_3 = \frac{6(4s^2 + 2s + 6)F(s)}{(4s^2 + 2s + 6)(16s^4 + 24s^3 + 9s^2 + 36s)}$$

$$\frac{X_3}{F} = \frac{3}{(8s^4 + 12s^3 + 26s^2 + 18s)} = \frac{3}{s(8s^3 + 12s^2 + 26s + 18)}$$

Med 2005

Find $\frac{y(s)}{u(s)}$



$$M\ddot{y} + k_1 y + k_2 (y - z) = u \rightarrow 0.1\ddot{y} + 6y + 4(y - z) = u$$

$$B\dot{z} + k_2 (z - y) = 0 \rightarrow 0.4\dot{z} + 4(z - y) = 0$$

convert to s domain.

$$0.1s^2 y + 6y + 4y - 4z = u$$

$$(0.1s^2 + 10)y - 4z = u \rightarrow (1)$$

$$0.4sz + 4z - 4y = 0$$

$$(0.4s + 4)z - 4y = 0 \rightarrow (2)$$

$$z = \frac{4}{0.4s + 4} y$$

substitute in (1)

$$(0.1s^2 + 10)y - \frac{4(4)}{0.4s + 4} y = u$$

$$y/u = \frac{0.4s + 4}{(0.1s^2 + 10)(0.4s + 4) - 16} = \frac{19s + 100}{s^3 + 10s^2 + 100s + 600}$$